Elektrodynamik und Relativitätstheorie UE, 2. Test, 26. 1. 1996

1. Vier Hertzsche Dipole gleicher Frequenz ($\vec{p}(t) = \vec{p}_0 e^{-i\omega t}$) und gleichem Betrag des Dipolmomentes $|\vec{p}_0| = Q/d$ seien wie in der Skizze angegeben in der xy-Ebene angeordnet. Berechnen Sie den Strahlungsanteil der Felder $\vec{A}(\vec{r},t)$, $\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{B}(\vec{r},t)$ im Limes $d \to 0$, Q konstant, und geben Sie das Ergebnis in Kugelkoordinaten an! Welcher Strahlungstyp liegt hier vor?
   Hinweis: Zu einem Hertzschen Dipol $\vec{p}(t)$ im Ursprung gehören die Ladungs- und Stromdichten $\rho(\vec{r},t) = -\vec{p}(t) \cdot \nabla \delta^3(\vec{r})$, $\vec{j}(\vec{r},t) = \dot{\vec{p}}(t)\delta^3(\vec{r})$.
   (**33 Punkte**)

2. Im Inertialsystem S ("Erde") bewege sich ein Projektil auf einer idealen Wurfparabel, die durch $x(t) = v_x t$, $y(t) = v_y t - \frac{g}{2}t^2$ gegeben sei, und befindet sich zwischen $t = 0$ und $t = T$ in der "Luft" ($y \geq 0$). Ein Beobachter, der sich zum Zeitpunkt $t = 0$ im großen Abstand D auf der x-Achse befindet, bewege sich mit der relativistischen Geschwindigkeit $-V\vec{e}_x$ auf das Geschehen zu. (**50 Punkte**)

   (a) Welche Bahnkurve $\vec{x}'(t')$ ergibt sich im Inertialsystem S' des Beobachters? Welche anfängliche Steiggeschwindigkeit v'_y und welche Beschleunigungskonstante g' folgt daraus?

   (b) Welche anfängliche Steiggeschwindigkeit $(v'_y)_{\text{scheinbar}}$ sieht der Beobachter in S', wenn er das Geschehen durch ein Teleskop beobachtet? (Der Abstand des Beobachters sei so groß, daß in erster Näherung für die Retardierung nur der horizontale Abstand zu berücksichtigen ist.) Zeigen Sie, daß $(v'_y)_{\text{scheinbar}} \gg c$ realisierbar ist!

   (c) Um wieviel kürzer/länger als in S ist das Projektil 1.) bezüglich seiner Eigenzeit und 2.) bezüglich S' in der Luft? Berechnen Sie diese Verhältnisse $(T_E - T)/T$ und $(T' - T)/T$ in der Näherung $v_x \ll c$ und $v_y \ll c$ (aber beliebiges V) und geben Sie nur die ersten nichtverschwindenden Glieder an.

3. In einem geraden dünnen Draht entlang der z-Achse fließe ein Strom $\vec{I} = I\vec{e}_z$. Drei Halbebenen schneiden sich entlang der z-Achse in Winkeln α_1, α_2, α_3 ($\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 2\pi$) zueinander und die Räume zwischen ihnen seien mit magnetischen Medien mit Permeabilitätskonstanten μ_1, μ_2 und μ_3 ausgefüllt. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ in den drei Bereichen! (**17 Punkte**)
   Anleitung: Setzen Sie in jedem der drei Bereiche ein Magnetfeld an, das jeweils von einem effektiven Strom entlang der z-Achse herrührt.

GUTES GELINGEN !