Elektrodynamik und Relativitätstheorie Übungen

6 Der Antennenstrom in einer linienförmigen geraden Antenne der Länge d sei durch

$$\vec{j}(\vec{r},t) = I_0 \sin(k[\frac{d}{2} - |z|])\Theta(\frac{d}{2} - |z|)\delta(x)\delta(y)\cos(\omega t)\vec{e}_z$$

gegeben. Berechne unter Ausnützung von $\cos(\omega t) = \mathrm{Re}\exp(-i\omega t)$

(a) die elektromagnetischen Felder in großem Abstand von der Antenne,

(b) die mittlere Abstrahlungsleistung pro Raumwinkelelement in einer Periode $T = 2\pi/\omega$.

(c) Spezialisiere die Ergebnisse auf

$$d = m\frac{\lambda}{2}, m \in N$$

und den Grenzfall $d \ll \lambda$.

(d) Vergleiche den Grenzfall einer kleinen Antenne mit einem elektrischen Punktdipol mit dem Moment $\vec{p}(t)$, welcher sich im Ursprung befindet und mit Kreisfrequenz ω schwingt ("Hertzscher Dipol"). Verifiziere dafür, daß die zu einem elektrischen Punktdipol gehörende Ladungs- und Stromdichte durch

$$\rho(\vec{r},t) = -\vec{p}(t) \cdot \mathrm{grad}\delta(\vec{r}), \qquad \vec{j}(\vec{r},t) = \frac{d\vec{p}(t)}{dt}\delta(\vec{r})$$

gegeben ist.