Elektrodynamik und Relativitätstheorie Übungen

Tutorium: 27. 10. 95

1. Zwei zueinander senkrechte, geerdete Leiterhalbebenen ϵ_1 und ϵ_2 (ϵ_1: xz–Halbebene mit $x > 0$, ϵ_2: yz–Halbebene mit $y > 0$) werden in das Feld einer Punktladung Q gebracht, welche sich am Ort $\vec{r}_0 = (a, b, o)$ befindet ($a > 0, b > 0$)

   (a) Geben Sie die Differentialgleichung für das Potential $\Phi(\vec{r})$ im Raumbereich $x > 0, y > 0, z \subset (-\infty, +\infty)$ sowie die Randbedingungen, welche das Potential erfüllen muß an.

   (b) Schreiben Sie mit Hilfe der Methode der Bildladungen das Potential $\Phi(\vec{r})$ an. (Wieviele Spiegelladungen benötigt man, wo liegen diese und welche Ladungen tragen sie ?)

   (c) Berechnen Sie die auf der Leiterebene ϵ_1 (bzw. ϵ_2) induzierte Flächenladung σ_1 (bzw. σ_2) und die zugehörigen Gesamtladungen Q_1 und Q_2.

   (d) Berechnen Sie die Kraft, welche auf die Punktladung Q wirkt

$$\int \frac{du}{(u^2 + \alpha^2)^{3/2}} = \frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}}$$

2. Durch einen rechtwinkelig gebogenen, unendlich langen und dünnen Draht, der entlang der beiden positiven Halbachsen ($x > 0$ bzw. $y > 0$) verläuft, fließt ein Strom I (vgl. Skizze). Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$.

3. Eine dünne Kreisscheibe (Radius R), welche sich in der xy–Ebene mit dem Mittelpunkt im Koordinatenursprung befindet, sei homogen mit der Flächenladung σ belegt.

   (a) Berechnen Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$ entlang der z–Achse

   (b) Berechnen Sie die Gesamtladung Q, das Dipolmoment $\vec{p}$ und den Quadrupoltensor Q_{ij} dieser Ladungsverteilung

   (c) Geben Sie die Multipolentwicklung des Potentials $\Phi(\vec{r})$ zum Quadrupolterm an und vergleichen Sie das Ergebnis für $\vec{r} = z \cdot \hat{e}_z$ mit dem exakten Ergebnis aus a).

   (d) Berechnen Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$ für beliebige $\vec{r}$

$$\frac{P_{2n}(0)}{2n+2} = \binom{\frac{1}{2}}{n} \qquad \frac{P_{2n}(0)}{2n-1} = -\binom{\frac{1}{2}}{n}$$