Elektrodynamik und Relativitätstheorie Übungen

Tutorium: 10. 11. 95

1. Eine Doppelleitung bestehe aus einem Paar zueinander paralleler Drähte bei x = d (Radius des Drahtes = a) und x = -d (Radius des Drahtes = b) mit $2d > a + b$ (siehe Abb.). Durch den einen Draht bei $x = +d$ fließe ein Strom I in positiver z–Richtung, durch den anderen Draht fließe der Strom I wieder zurück, wobei der Strom gleichmäßig über die Querschnittsfläche des jeweiligen Drahtes verteilt sein soll.

   (a) Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$ und das Vektorpotential $\vec{A}$ dieser Anordnung

   (b) zeigen Sie, daß die Selbstinduktivität pro Längeneinheit durch

   $$L = \frac{1}{c^2}(1 + 2\ln\frac{4d^2}{a \cdot b})$$

   gegeben ist. Dabei ist zunächst mit Hilfe des Vektorpotentials ein Leiter alleine zu untersuchen und zu zeigen, daß die Rückführung des Stromes in einem zweiten Leiter notwendig ist um eine endliche magnetische Energie pro Längeneinheit der Leiter zu erhalten.

   Hinweis: $W = \frac{1}{2}LI^2$

   $W = \frac{1}{2c}\int dV \vec{A}\cdot\vec{j} + \frac{1}{8\pi}\oint d\vec{f}(\vec{A}\times\vec{B})$

   $\int_0^{2\pi} d\varphi \ln[a + b\cos\varphi] = 2\pi\ln\left(\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{2}\right) \qquad a \geq |b| > 0$

2. Eine unendlich lange Spule (Radius a, N Windungen/Längeneinheit), deren Ache die z–Achse ist, wird von einem Gleichstrom I durchflossen.

   (a) Zeigen Sie, daß aus der Translationsinvarianz in z–Richtung für das magnetische Feld der Spule $\vec{B} = f(x,y)\hat{e}_z$ folgt.

   (b) Berechnen Sie mit Hilfe der Maxwell–Gleichungen das Magnetfeld im Inneren und Äußeren der Spule.

   $(\vec{B}_a = 0, \quad \vec{B}_i = \frac{4\pi}{c} N\ I\ \hat{e}_z)$

3. Der Halbraum $x \leq 0$ sei von einer ideal leitenden Substanz erfüllt. Vor diesem Halbraum befindet sich im Abstand d in der zx–Ebene ein zur z–Achse paralleler dünner gerader Leiter $\mathcal{L}$, welcher von einem zeitlich konstanten Strom I durchflossen wird.

   (a) Schreiben Sie für die magnetische Feldstärke $\vec{B}$ die im Halbraum $x > 0$ geltenden Feldgleichungen an. Welche Randbedingungen muß $\vec{B}$ für $x = 0$ und $x \to +\infty$ erfüllen?

   (Hinweis: Im Inneren dieses sogenannten "idealen Leiters" ist das Magnetfeld stets null.)

   (b) Berechnen Sie die magnetische Feldstärke $\vec{B}(\vec{r})$, wobei der ideal leitende Halbraum durch einen fiktiven dünnen geraden Leiter $\mathcal{L}'$ ersetzt werden soll.

   (c) Berechnen Sie die auf der Oberfläche $x = 0$ des idealen Leiters induzierte Flächenstromdichte $\vec{K}$ sowie den zugehöringen in z–Richtung fließenden Gesamtstrom J.

   (d) Berechnen Sie die Kraft $\vec{f}$, die pro Längeneinheit auf den Leiter $\mathcal{L}$ wirkt.

$$\vec{K} = -\frac{I}{\pi}\frac{d}{d^2+y^2}\,\delta(x)\hat{e}_z$$

$$\vec{f} = \frac{I^2}{c^2 d}\hat{e}\ , \qquad J = -I$$